Analyse de données

Contrôle continu, 9 novembre 2015

Temps disponible : 45 minutes

Exercice 1. Les naissains d'huîtres ont connu récemment une mortalité très élevée, à cause d'une variante du virus herpès. Les conchyliculteurs testent différentes qualités, notamment Crassostrea gigas (C) et Ostrea edulis (O), dans l'espoir de trouver une espèce résistante au virus. Voici les données de l'échantillon examiné.

 

- Il y a $9,2\%$ d'huîtres atteintes du virus.
- Parmi les mollusques sains, $35,3\%$ sont des Crassostrea gigas.
- $6,3\%$ de l'échantillon est constitué d'Ostrea edulis malades.

1. Quelle est la probabilité pour qu'une huître prise au hasard soit saine ?
2. Quel est le pourcentage constitué de Crassostrea gigas malades ?
3. Parmi les mollusques sains, quel pourcentage est formé d'Ostrea edulis ?
4. Quel est le pourcentage de l'échantillon constitué d'Ostrea edulis saines ? d'Ostrea edulis tout court ?
5. Quelle est la proportion des Crassostrea gigas ? Parmi elles, quel est le pourcentage de mollusques sains ?
6. Parmi les Ostrea edulis, quelle est la proportion de mollusques malades ?
7. La résistance au herpès est-elle indépendante de l'espèce sélectionnée ? Quelle espèce convient-t-il d'élever ? Motiver la réponse.

Corrigé 1. Notons M l'évènement « mollusque malade ». On traduit l'énoncé :

$$\begin{cases} P(M) = 0,092 \\ P_{\bar{M}}(C) = 0,353 \\ P(M \cap O) = 0,063 \end{cases}$$

1. On cherche $P(\bar{M})$. On trouve $P(\bar{M}) = 1 - P(M) = 1 - 0,092 = 0,908$.
2. On a $P(M \cap C) = P(M) - P(M \cap O) = 0,092 - 0,063 = 0,029$.
3. On cherche $P_{\bar{M}}(O)$. On a $P_{\bar{M}}(O) = 1 - P_{\bar{M}}(C) = 1 - 0,353 = 0,647$.
4. On a $P(\bar{M} \cap O) = P_{\bar{M}}(O)P(\bar{M}) = 0,647 \times 0,908 = 0,587476 \cong 0,5875$. Puis $P(O) = P(M \cap O) + P(\bar{M} \cap O) \cong 0,063 + 0,5875 = 0,6505$.

5. On a $P(C) = 1 - P(O) \cong 1 - 0,6505 = 0,3495$. De plus :
$$P_C(\bar{M}) = \frac{P(\bar{M} \cap C)}{P(C)} = \frac{P(\bar{M}) - P(\bar{M} \cap O)}{P(C)} \cong \frac{0,908 - 0,5875}{0,3495} \cong 0,917.$$
6. On trouve $P_O(M) = P(M \cap O)/P(O) = 0,063/0,6505 \cong 0,0968$.
7. On compare $P(M) = 0,092$ avec $P_O(M) \cong 0,0968$ et $P_C(M) = 1 - P_C(\bar{M}) \cong 0,083$. On voit que M est moins probable lorsque le mollusque est C, donc Crassostrea Gigas résiste mieux à la maladie. En particulier la résistance au herpès n'est pas indépendante de la variété.

Exercice 2. Une nichée de 9 mésanges comporte 6 femelles (F) et 3 mâles (M). On récupère un nombre n de mésanges du nid pour les examiner.

A. Combien d'échantillons peut-on former avec $n = 2$, avec $n = 3$?

B. Soit $n = 3$. Combien d'échantillons peut-on former de mâles ? De femelles ?

C. Soit $n = 2$. Quelle est la probabilité de récupérer des oiseaux de sexes différents ?

D. Soit $n = 3$. Quelle est la probabilité de récupérer des oiseaux de même sexe ? Et si $n = 4$?

Corrigé 2. On utiliser les combinaisons.

A. On a 9 individus donc le nombre d'échantillons est $C_9^2 = 36$ pour $n = 2$ et $C_9^3 = 84$ pour $n = 3$.

B. On a $C_3^3 = 1$ échantillon de mâles et $C_6^3 = 20$ échantillons de femelles.

C. On doit tirer 1 oiseau mâle et un oiseau femelle. On a $C_3^1 \times C_6^1 = 18$ cas favorables donc la probabilité demandée est $18/36 = 0,5$.

D. Soit $n = 3$. Les cas favorables sont $C_3^3 = 1$ pour uniquement des mâles et $C_6^3 = 20$ pour uniquement des femelles. Au total 21 cas favorables. La probabilité demandée est donc $21/84 = 0,25$.

Soit $n = 4$. On ne peut pas récupérer uniquement des mâles (car ils sont en nombre de $3 < 4$). Par contre il y a $C_6^4 = 15$ cas favorables pour récupérer uniquement des femelles. Le nombre de tirages est $C_9^4 = 126$. Donc la probabilité demandée est $15/126 \cong 0,119$.